

Séminaire Groupes Réductifs et Formes Automorphes

Le 17 février 2020 à 10h30 (PRG)

Relèvement des représentations des groupes profinis lisses.

Exposé de Mathieu Florence
(IMJ)

Résumé :

Travail avec Charles De Clercq. Soit p un premier. Soit G un groupe profini. La question motivant ce projet s'énonce comme suit.

(Q) Trouver une condition, portant sur G , assurant que toute représentation continue (=discrète) $G \rightarrow GL_n(\mathbf{F}_p)$ se relève en une représentation $G \rightarrow GL_n(\mathbf{Z}/p^2\mathbf{Z})$.

Cette question conduit naturellement à la notion de lissité pour les groupes profinis. C'est une axiomatisation de la théorie de Kummer. La classe des groupes profinis lisses inclut les groupes fondamentaux de nombreux schémas- en particulier, des courbes sur les corps algébriquement clos, et des schémas locaux. J'expliquerai comment le relèvement des (complexes de) représentations galoisiennes implique le théorème de Rost-Suslin-Voevodsky. Je discuterai ensuite la géométrisation naturelle de (Q), en introduisant la notion de fibré G -linéarisé en vecteurs de Witt-ou (G, W_n) -fibré. J'exposerai les résultats positifs que l'on obtient- en particulier, les théorèmes de relèvement faible et fort. Un texte plutôt élémentaire, s'occupant du cas $n=2$, est déjà disponible à l'adresse

<https://webusers.imj-prg.fr/mathieu.florence/LiftLow.pdf>

Le cas $n \geq 3$, bien plus complexe, est en fin de rédaction.